

Modélisation 3D

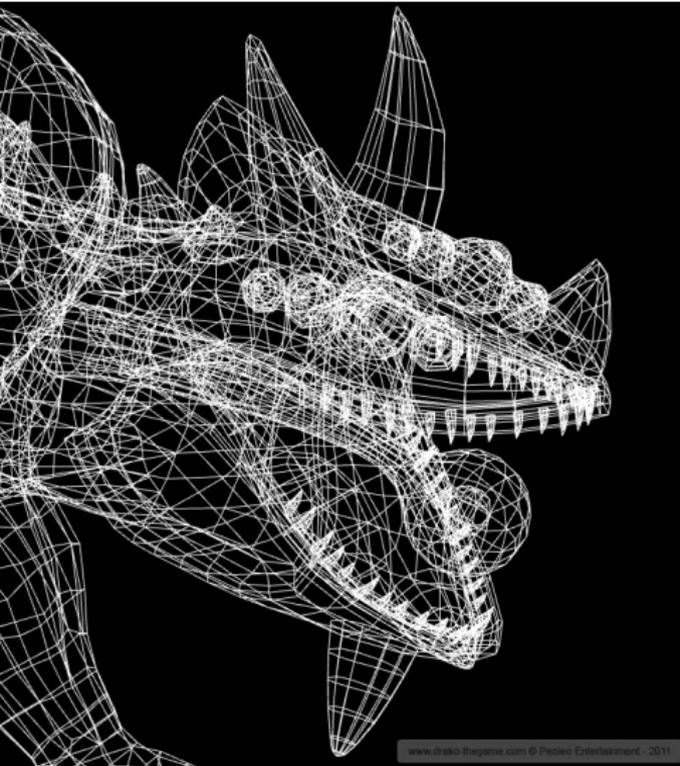
Christian NGUYEN

Département d'informatique
Université de Toulon

Plan

- 1 Introduction
- 2 Les partitions de l'espace
- 3 Les modèles 3D

Une étape fondamentale



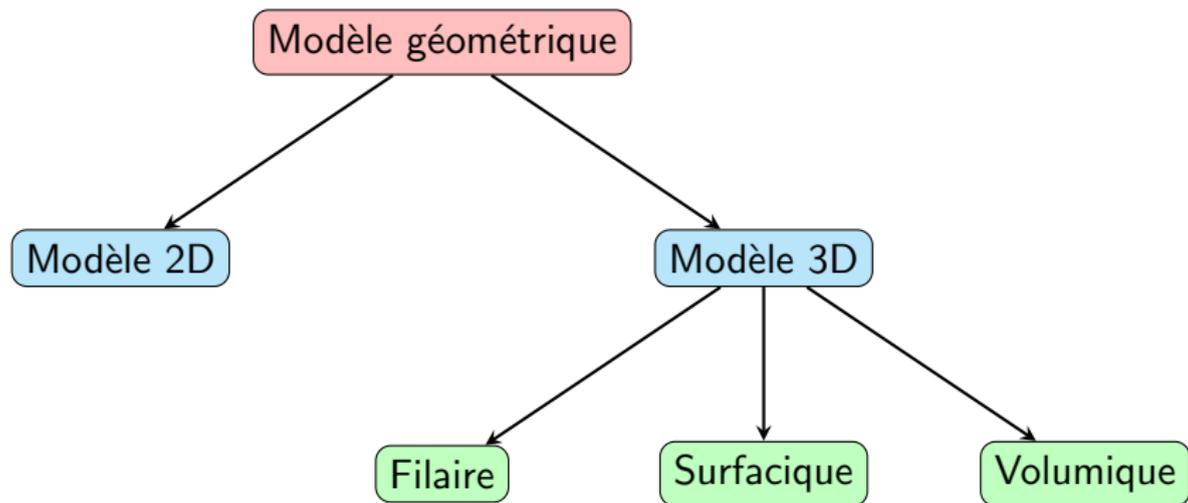
Quel modèle ?

Le modèle conditionne la structure de données et l'interactivité.
Réciproquement, le type de rendu peut conditionner le modèle.

Chaque modèle est caractérisé par :

- la structure de données : langage de description, acquisition, système graphique interactif,
- le coût (pipeline graphique),
- l'apparence finale : degré de réalisme, vitesse de génération,
- le degré d'interaction : édition, modifications, calculs, analyse, déformations.

Modèles géométriques



Variété

Manifold (Mannigfaltigkeit, Bernhard Riemann) : généralisation de la classification géométrique (courbe : variété de dimension 1 ; surface : variété de dimension 2, ...).

[Wikipédia] Courbes et surfaces de l'espace euclidien s'obtiennent à partir d'un « patron » plan et d'« instructions de collage ».

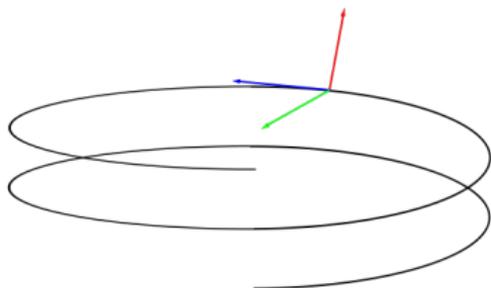
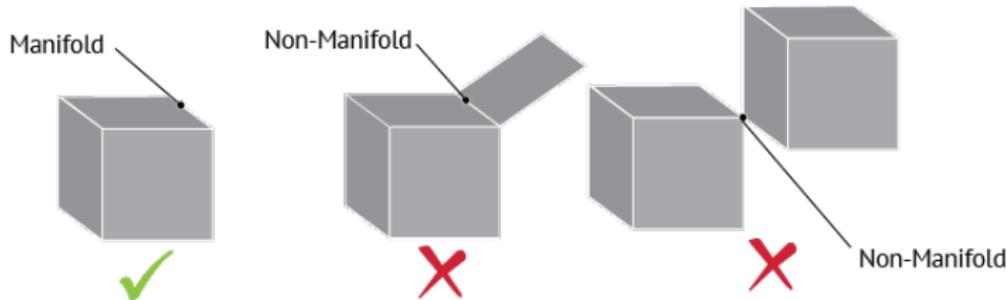


Image en deux dimensions représentant une courbe, une variété de dimension 1, dans un espace de trois dimensions.

Manifold, non manifold

Appliquée à la modélisation, une surface « manifold » définit un volume.

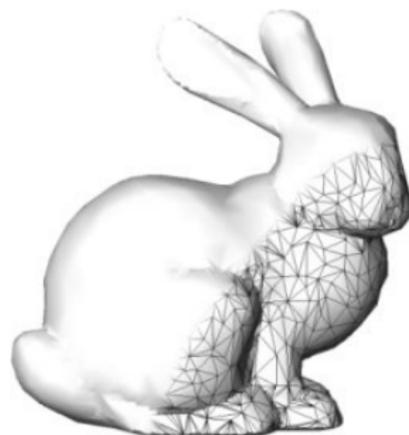
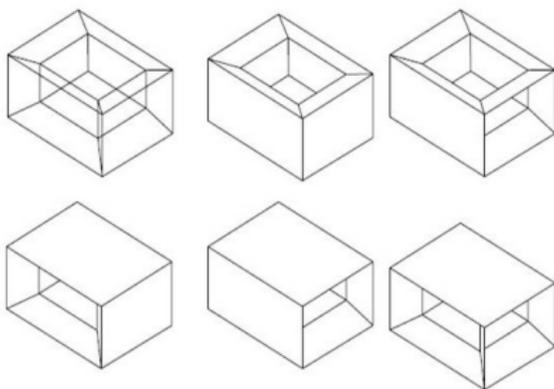
Dans le cas d'un polyèdre, un sommet doit être partagé par trois arêtes, une arête doit être partagée par deux faces, pour être classifié « manifold ». Sinon, il est dit « non manifold ».



Causes « non manifold » : arête ou face « pendante », face interne, zone sans épaisseur.

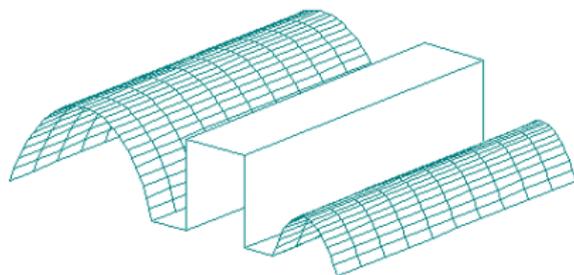
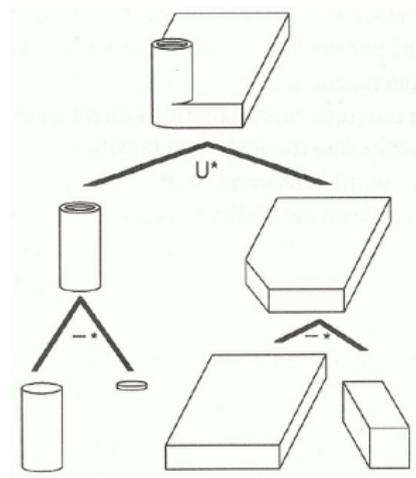
Objets manufacturés

Quatres grandes familles : "fil de fer", surfacique,



Objets manufacturés

volumique et fonctionnelle.



Objets naturels

Trois grandes familles : déformation libres (maillage) ou modélisation fonctionnelle (système de particules et fractale).



Plan

- 1 Introduction
- 2 Les partitions de l'espace
- 3 Les modèles 3D

Tableaux de pixels (resp. voxels)

Rectangle du plan partitionné en cellules, toutes de tailles identiques

Les images numériques sont des tableaux à 2 dimensions - bitmaps (resp. 3 dimensions) de pixels - picture elements (resp. voxels - volume elements).

Chaque cellule contient selon les cas des informations de : couleur, distance (z-buffer), densité, portion d'arbre (BSP, etc.), voire un autre tableau (multi-grilles).

Voxels : imagerie médicale, CAO (CSG), marching cube, etc.

Arbre quadrant (quadtrees) et arbre octant (octree)

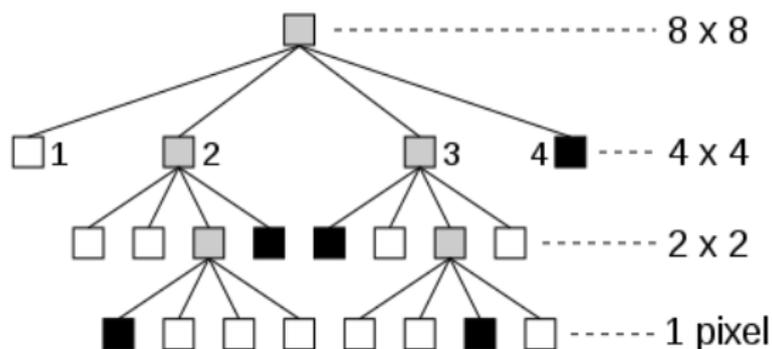
La racine de l'arbre quadrant représente un tableau de $2^k \times 2^k$ pixels.

Tout nœud interne de l'arbre quadrant a quatre fils, correspondant aux quatre quadrants définis par le centre de la région associée à ce nœud.

Un nœud n'a pas de fils lorsque la région associée est homogène (pixels de même valeur). Dans le pire des cas, tout nœud terminal représente un seul pixel.

À noter que la partie haute de l'arbre peut être en mémoire centrale, et que les parties basses peuvent être stockées sur disque.

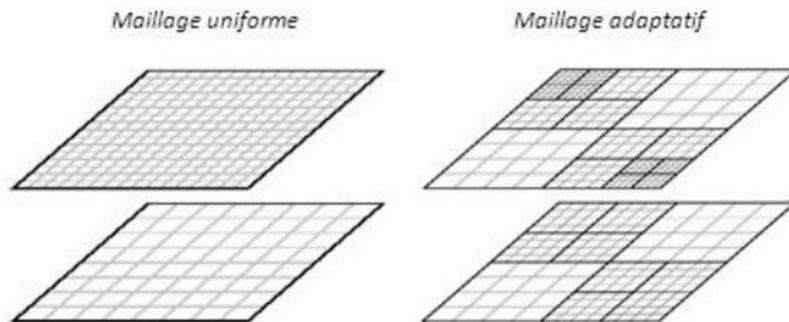
Arbre quadrant (quadtree)



Hierarchie de grilles (multi-grille)

À partir d'une grille initiale grossière, on subdivise les cellules les plus remplies.

Adéquation locale dans la simulation de phénomènes non homogènes.

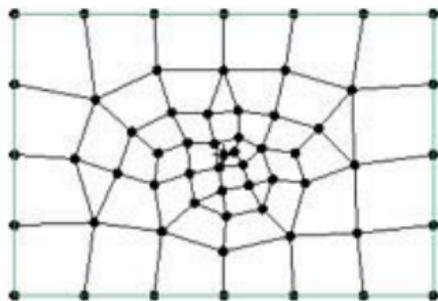


Multi-grille vs quad/oct : utilisation de techniques incrémentales de type Bresenham, recherche des voisins plus simple.

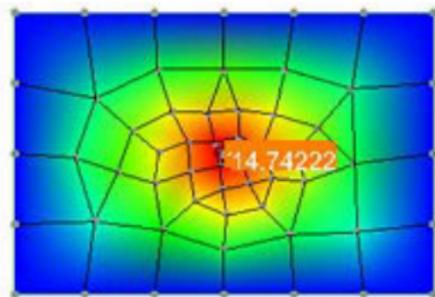
Maillage non-structuré

S'appuie sur les données de la scène pour former des régions (facettes) dont les caractéristiques sont similaires, par exemple triangulation d'un nuage de points.

Applications : synthèse d'images, simulation, éléments finis, mécanique des fluides, CAO, représentation de surfaces et des volumes (tétraédrisation), réseaux, etc.

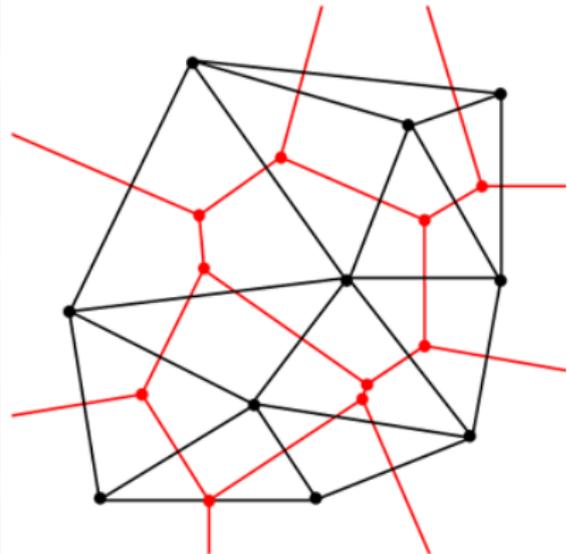
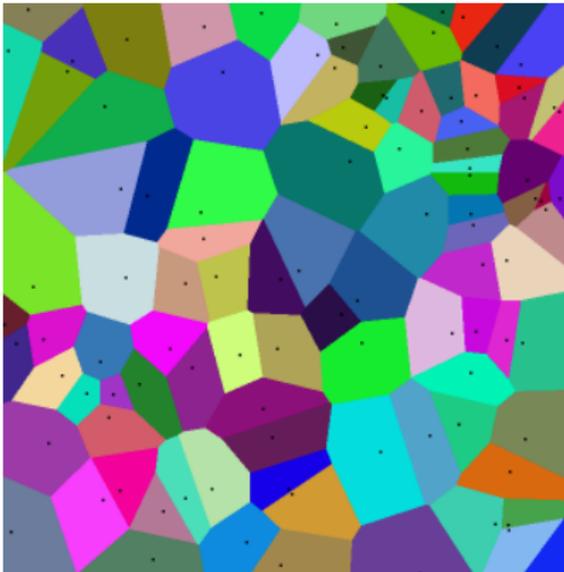


$N = 58$
 $l = 1.00m$



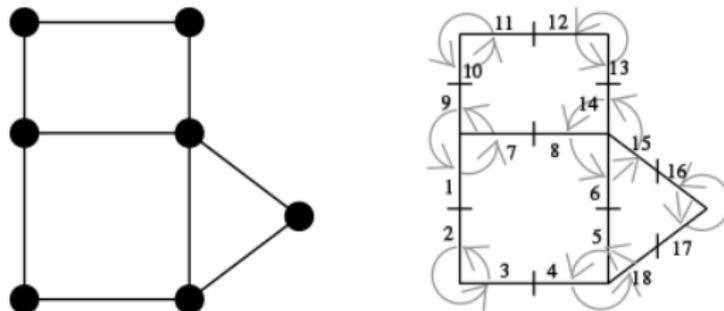
Maillage non-structuré

L'un des types de maillages les plus prisés : la triangulation de Delaunay (son dual : le diagramme de Voronoï) qui maximise les angles minimums.



Les cartes planaires, les variétés combinatoires

Structure de données qui représente les relations d'incidence entre les sommets, les arêtes et les faces d'un graphe planaire.



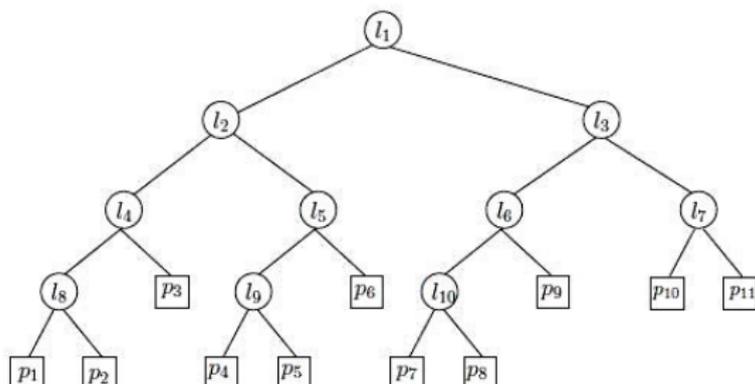
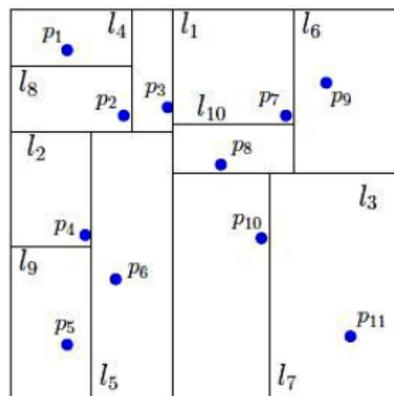
Relation d'Euler : soit k le nombre de composantes connexes du graphe, s le nombre de sommets, a le nombre d'arêtes, f le nombre de faces, alors :

$$s + a - f = k + 1$$

Les k-d arbres (k-d trees)

Soit un nuage de points dans R^k . Soient e_0, e_1, \dots, e_{k-1} une base orthonormée de R^k .

Subdivision récursive de l'ensemble en deux parties disjointes, de cardinalités les plus proches possibles, de part et d'autre d'un hyperplan H_j de normale e_j , $j = 0, 1, \dots, \text{mod } k$, j étant la profondeur du nœud de coupe dans le k-d arbre.



Les k-d arbres (k-d trees)

Deux cas, l'hyperplan de coupe passe :

- par un des points du nuage, typiquement le point dont la coordonnée x_j est la médiane de l'ensemble,
- entre deux points consécutifs sur le x_j ordre.

Dans le premier cas, les nœuds contiennent les points ; dans le second, les feuilles contiennent les points.

Différence entre le cas :

- statique : le nuage de points est connu à l'avance et n'est pas modifié
 - ▶ précalcul d'un k-d arbre équilibré
- dynamique : autorise des insertions et des suppressions
 - ▶ les opérations de maintenance peuvent être coûteuses et/ou déséquilibrer la structure.

Les arbres BSP (Binary Space Partition)

Les arbres de partition généralisent les arbres quadrants, octants et les k-d-arbres car les directions des hyperplans peuvent être quelconques.

En 2D (resp. 3D) tout arbre BSP décrit un polygone (resp. polyèdre) convexe de l'espace englobant la scène.

Principales applications :

- élimination des parties cachées par la méthode du peintre,
- calcul des opérations booléennes entre polyèdres,
- optimisation des calculs d'intersection pour le lancer de rayon.

Partitions naturelles d'ensemble de points

Existe-t-il des partitions plus naturelles que d'autres pour structurer des ensembles de points de plus en plus denses ?

Il existe au moins deux partitions naturelles :

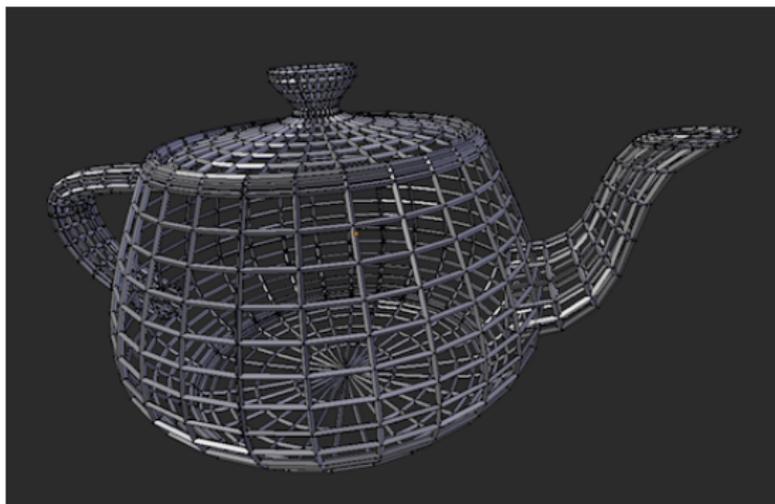
- la triangulation de Delaunay ; une généralisation est le diagramme des k plus proches voisins.
- la classification statistique, par la méthode des nuées dynamiques ; on définit la variance euclidienne d'une classe de points comme la variance de la distribution des distances des points au centre de gravité (le barycentre) des points de cette classe. La meilleure partition en k classes est celle qui minimise la somme des k variances euclidiennes.

Plan

- 1 Introduction
- 2 Les partitions de l'espace
- 3 Les modèles 3D**

Modèle filaire : fil de fer

Un objet est défini par un ensemble de sommets reliés par des segments (de droite ou de courbe).



- ⊕ structure de données simple et compacte, visualisation très rapide.
- ⊖ ambiguïté, solide inconsistant, approximation polyédrique.

Modèle surfacique

Représentation par un ensemble de portion élémentaire de surface (carreau ou *patch*), définis par le type de la surface support et les équations des quatres courbes frontières. Propriétés :

- un bon comportement aux dérivées premières (points de raccordement des carreaux),
- un bon comportement aux dérivées secondes (courbure des surfaces),
- une modification aisée de l'allure des surfaces,
- un calcul rapide (interactivité).

Chronologiquement, sont apparues les surfaces de Coons, Beziers, B-Splines et NURBS.

Modèle surfacique : bicubiques

De la forme $Q(u, v) = (x_{(u,v)}, y_{(u,v)}, z_{(u,v)})$, $0 \leq u, v \leq 1$.
(bicubique signifie qu'il s'agit de fonctions cubiques en u et v)

Cette représentation définit un carreau dont :

- les 4 coins sont obtenus avec $u, v = 0, 1$,
- les 4 côtés en fixant u ou v (à 0 ou 1) : courbe paramétrique,
- un point p_{ij} est à l'intersection des deux courbes paramétriques $Q(u_i, v)$, $v \in [0, 1]$ et $Q(u, v_j)$, $u \in [0, 1]$

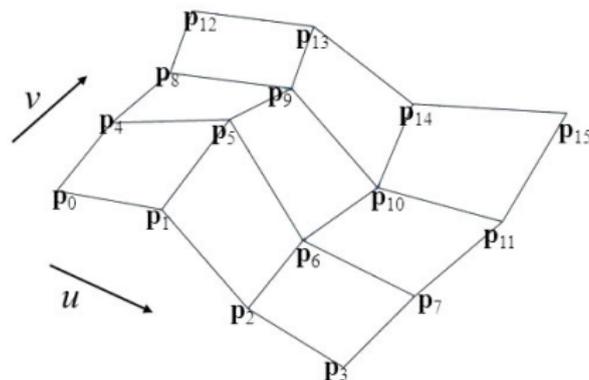
Rendu : conversion en polygones plans (interaction, contrôle de la précision de la subdivision, unification de l'algo de rendu).

Modèle surfacique : bicubiques

Vecteurs tangents au point P_{ij} :

$$\vec{P}^u = \frac{\delta S(u_i, v_j)}{\delta u} ; \vec{P}^v = \frac{\delta S(u_i, v_j)}{\delta v}$$

Vecteur normal unitaire : $\vec{n}_{ij} = \frac{P^u \times P^v}{|P^u \times P^v|}$



Modèle surfacique : de Coons

Particulièrement adaptées pour la modélisation d'une surface résultant de l'intersection de 4 courbes formant une frontière fermée.

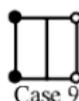
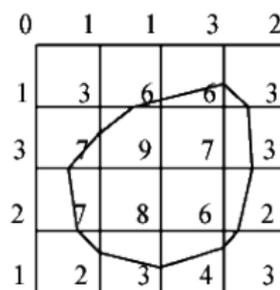
Interpolation linéaire entre 4 courbes frontières $P(0, v)$, $P(u, 0)$, $P(1, v)$ et $P(u, 1)$:

$$Q(u, v) = (1 - u).P(0, v) + u.P(1, v) + (1 - v).P(u, 0) + v.P(u, 1)$$

u et v varient de 0 à 1 le long des frontières et chaque paire de frontières est paramétrée de façon identique (en u ou v).

Modèle surfacique : Marching Squares

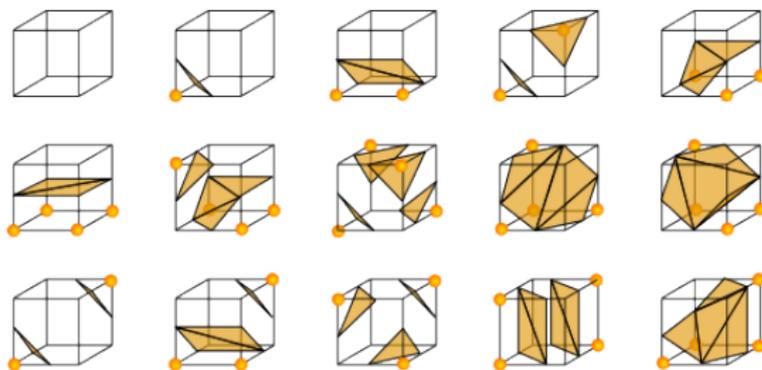
Exemple d'une isosurface égale à 5



Modèle surfacique : Marching Cubes [Lorensen, Cline 1987]

Génération d'un objet polygonal à partir d'un champ scalaire en 3D généré par approximation d'une isosurface

256 valeurs d'un tableau de configuration des polygones sont précalculées par réflexion et symétrie à partir de 15 cas possibles :



Reconstruction

Marching Cubes

Algorithme

```
pour chaque sommet d'un cube unite
  on determine si il est a l'interieur (resp. a l'exterieur) de
    l'isosurface
  on met a 1 (resp. a 0) le bit correspondant d'un nombre entier
    de 8 bits
fin pour

le nombre entier obtenu est l'index de la configuration requise

chaque sommet des polygones generes est place a sa position
  finale par interpolation lineaire
```

Modèles volumiques : BRep

Représentation par frontière : modélisation d'un volume par un ensemble de surfaces (polygonales).

Frontière : ensemble de faces, reliées par des arêtes qui se rencontrent à des sommets.

Attributs géométriques : surface, courbe et point.

Attributs topologiques : réseau de nœuds et de liens.

Solide valide : pas d'arêtes ni de faces pendantes, pas de faces qui se coupent (équation d'Euler), surface orientable (règle de Möbius).

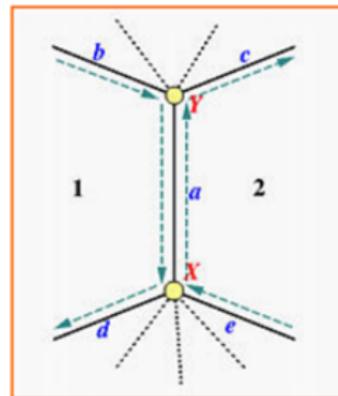
$$v - e + f - h + 2r - 2b = 0$$

avec h le nombre de faces trouées, r le nombre de trous traversants et b le nombre de parties disjointes.

BRep : arête-ailée

WingedEdge Data Structure [Baumgart 1972], adaptée à une représentation de polyèdres orientés.

- arête a ,
- sommets X (début) et Y (fin),
- faces **1** (gauche) et **2** (droite),
- à gauches b (pré) et d (suc)
- à droites e (pré) et c (suc)



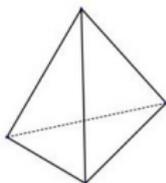
- modèle topologique complet (ailes d'arêtes),
- prise en compte de la géométrie (coordonnées, normales)

Les opérateurs d'Euler

Pour les modèles de genre¹ zéro, homéomorphe à une sphère, les opérateurs doivent vérifier la relation d'Euler :

$$v - e + f = 2$$

Tétraèdre



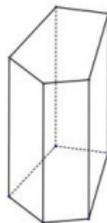
4 sommets

6 arêtes

4 faces

$$S - a + f = 2$$

Prisme à base pentagonale



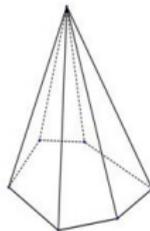
10 sommets

15 arêtes

7 faces

$$S - a + f = 2$$

Pyramide à base hexagonale



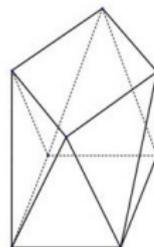
7 sommets

12 arêtes

7 faces

$$S - a + f = 2$$

Antiprisme à base carrée



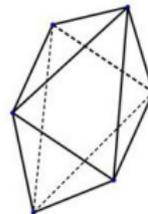
8 sommets

16 arêtes

10 faces

$$S - a + f = 2$$

Octaèdre régulier



6 sommets

12 arêtes

8 faces

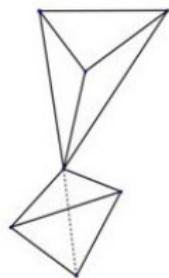
$$S - a + f = 2$$

1. entier naturel représentant le nombre de « trous » d'une surface orientable.



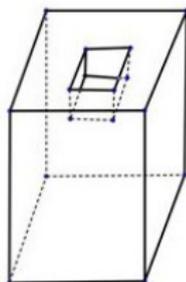
Les opérateurs d'Euler

Deux tétraèdres



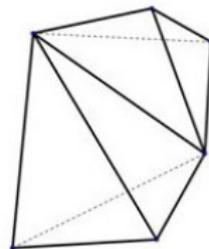
7 sommets
12 arêtes
6 faces
 $S - a + f = 1$

Prisme creusé

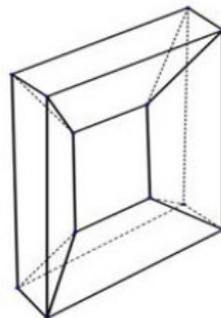


16 sommets
24 arêtes
11 faces
 $S - a + f = 3$

Deux tétraèdres



6 sommets
11 arêtes
8 faces
 $S - a + f = 3$

Cadre à bord
prismatique

12 sommets
24 arêtes
12 faces
 $S - a + f = 0$

Les opérateurs d'Euler

Pour les modèles de genre supérieur à zéro, la règle d'Euler représente l'équation d'un hyperplan dans un espace à 6 dimensions.

La surface passe par l'origine et le nombre d'entités topologiques dans tout solide doit être un point (v, e, f, h, r, b) sur cette surface.

Pour aller de l'origine à ce point, on applique une séquence d'opérateurs d'Euler [Braid 80] :

v	e	f	h	r	b	
1	1	0	0	0	0	mev
0	1	1	0	0	0	mfe
1	0	1	0	0	1	mbfv
0	0	0	0	1	1	mrb
0	1	0	-1	0	0	me-kh
1	-1	1	-1	2	-2	EULER

Les opérateurs d'Euler

Toute transition dans le plan d'Euler peut être représentée comme une combinaison linéaire de ces 5 opérations élémentaires.

Si p est la transition désirée et q les nombres d'applications de chacune des opérations nécessaires alors $p = q\dot{A}$, d'où $q = p\dot{A}^{-1}$.

Exemple : construction d'un tétraèdre : $p = (4, 6, 4, 0, 0, 1)$ d'où $q = (3, 3, 1, 0, 0, 0)$ (1 mbfv puis 3 mev et 3 mfe).



BRep : algorithme de Mäntylä

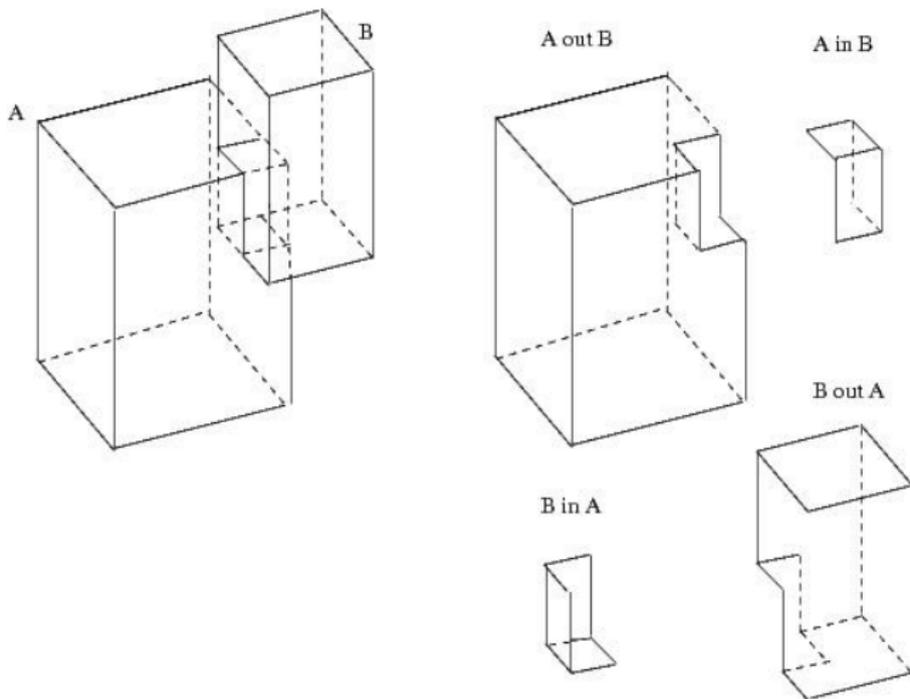
Séparation de la géométrie et de la topologie, maintien de l'intégrité de l'objet, travail local pour les calculs d'intersections.

Création d'un « index spatial » obtenu par division récursive (densité) de l'espace en cellules.

L'algorithme d'intersection élimine d'abord les arêtes du 1er objet ne rencontrant aucune cellule du 2nd objet. Le calcul effectif d'intersection d'une arête avec une face n'est fait que pour les arêtes restantes.

Les opérateurs de composition (\cup , \cap , $-$) utilisent le polygone d'intersection obtenu par la méthode de l'index spatial. Objets élémentaires calculés à l'aide de l'index spatial : A out B, B out A, A in B, B in A.

L'algorithme de Mäntylä



L'algorithme de Mäntylä

Puis l'opérateur de recollement \oplus donne :

$$A \cup B = (A \text{ out } B) \oplus (B \text{ out } A)$$

$$A \cap B = (A \text{ in } B) \oplus (B \text{ in } A)$$

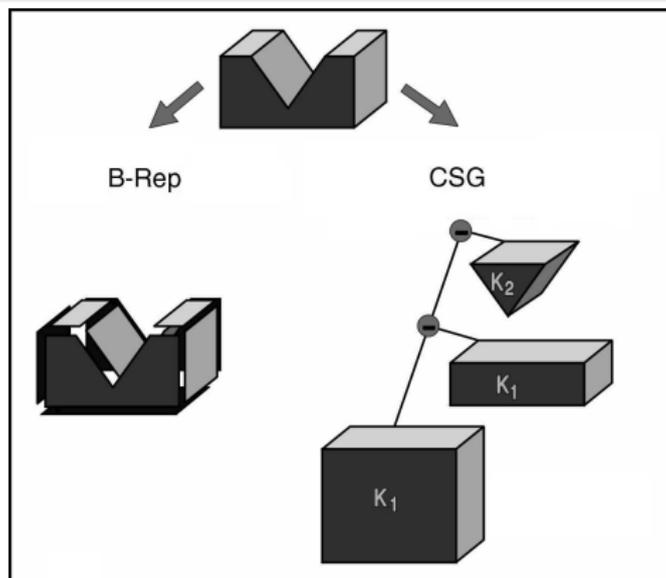
$$A - B = (A \text{ out } B) \oplus (B \text{ in } A)$$

$$B - A = (B \text{ out } A) \oplus (A \text{ in } B)$$

Cet opérateur de recollement utilise les opérateurs d'Euler.

Remarque : tous les objets utilisés par Mäntylä sont délimités par des facettes planes.

BRep : conclusion

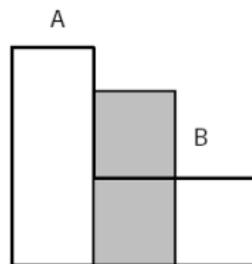
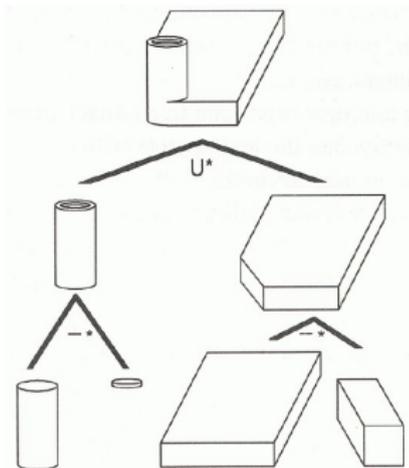


- ⊕ simple, adapté aux algorithmes d'ombrage, forme intermédiaire (Bézier, CSG, ...).
- ⊖ pas d'opérateurs de composition, topologie non garantie.

Modèles volumiques : CSG

Hiérarchie d'opérateurs ensemblistes (\cup , \cap , $-$) sur des volumes élémentaires (sphère, cylindre, ...).

Représentation non unique et ambiguë si les opérateurs ne sont pas réguliers.



Demi-espaces

Définition d'une primitive : intersection de demi-espaces.

\mathbb{R}^n désignant l'espace euclidien de dimension n , on note \mathbb{R}_+^n le demi espace fermé :

$$\mathbb{R}_+^n = \{x \in \mathbb{R}^n : x_n \geq 0\}$$

Exemple du cube :

$$E = E_1 \cap E_2 \cap E_3 \cap E_4 \cap E_5 \cap E_6$$

avec

$$E_1 = \{x \geq 0\}, E_2 = \{x \leq 1\}, E_3 = \{y \geq 0\}, \dots$$

Primitives bornées

Surface délimitant une région fermée de l'espace.

Primitives bornées les plus courantes : surfaces quadriques

$$f(x, y, z) = (x \ y \ z \ 1) \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

Pour une sphère de rayon r :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -r \end{pmatrix}$$

Primitives bornées

Surface de révolution : balayage d'une courbe autour d'un axe.

Dans le repère $(0, i, j, k)$, rotation d'une courbe paramétrique $(p(u), q(u), 0)$ autour de l'axe k :

$$S(u, \alpha) = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p(u) \\ q(u) \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

Primitives bornées

Surface d'extrusion : balayage d'une courbe (fermée) sur une courbe ouverte.

Dans le repère $(0, i, j, k)$, balayage de la courbe paramétrique $(p(u), q(u), 0)$ suivant la courbe paramétrique $(0, q'(v), r'(v))$:

$$S(u, v) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & q'(v) \\ 0 & 0 & 1 & r'(v) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p(u) \\ q(u) \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

Principes de calcul

Création de modèle :

- primitives bornées (feuilles),
- transformations géométrique (nœuds),
- opérations ensemblistes (nœuds).

Traitement sur le modèle

- paradigme diviser pour régner (*Divide & Conquer*),
- récursivité sur un arbre binaire (traitement géométrique et booléen).

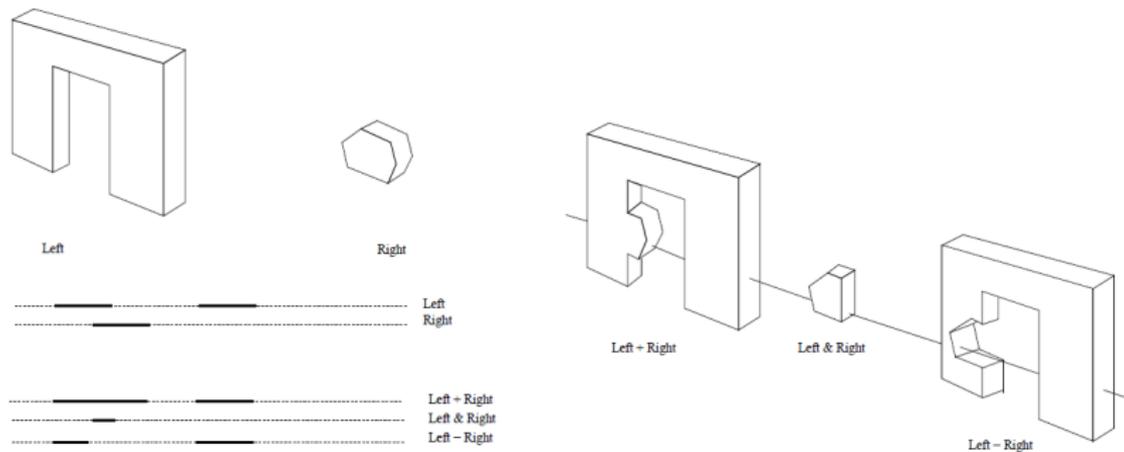
Intérêt de la récursivité pour la synthèse d'images :

- classification d'appartenance (modélisation géométrique 3D),
- suivi de rayon (ray-tracing en rendu réaliste).

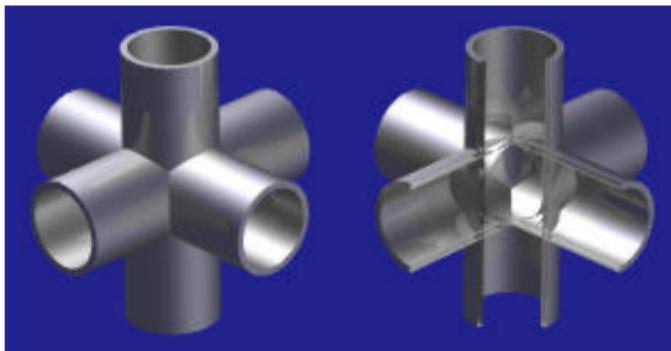
Classification d'appartenance

Traitement géométrique sur les primitives (calculs d'intersection segment/surface).

Traitement booléen : déterminer les parties du segment S par rapport au fils gauche (L : S_{onL} , S_{inL} , S_{outL}) et au fils droit (R : S_{onR} , S_{inR} , S_{outR})



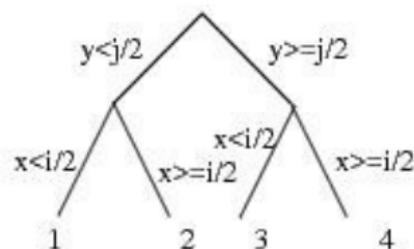
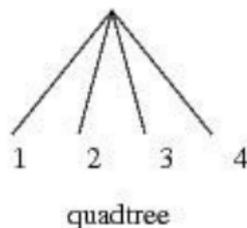
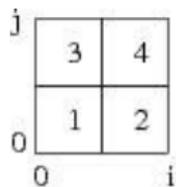
Modèles volumiques : CSG



- ⊕ structure de données simple, historique de création, interactivité maximale, opérateurs globaux,
- ⊖ pas d'opérateurs de modification locale, calculs parfois complexes (courbe d'intersection, ...), inconsistance géométrique (calculs d'incidence non symétriques et non transitifs), non unicité de la représentation.

Modèles volumiques : subdivision spatiale

Première approche, Octree : description de la distribution des objets dans une scène à partir d'une subdivision récursive de l'espace en cubes élémentaires de taille fixe (*voxel*)

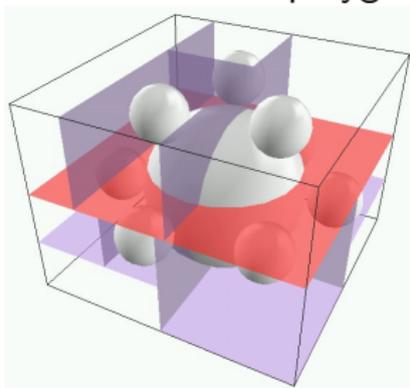


- ⊕ structure intermédiaire : rendu CSG, lancer de rayons (tests d'intersection),
- ⊖ représentation très coûteuse en mémoire.

Modèles volumiques : BSP tree

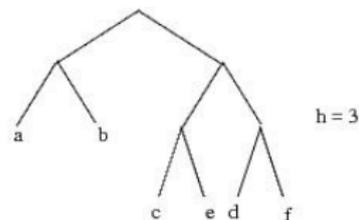
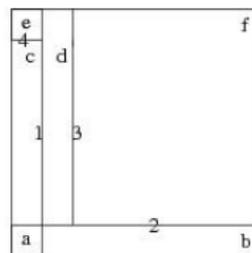
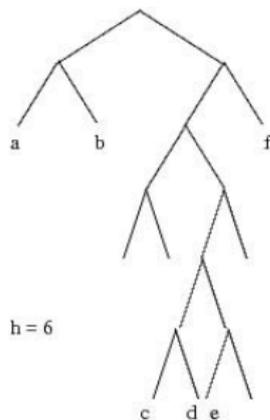
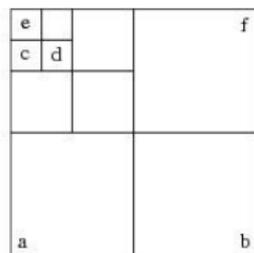
A partir d'un plan de partitionnement, l'arbre BSP est construit par insertion de chaque polygone du modèle 3D.

Le fils gauche d'un nœud contient les polygones situés à l'avant de ce nœud, et son fils droit contient les polygones situés à l'arrière.



Les arbres BSP sont utilisés pour le stockage et la recherche, optimiser le rendu, la gestion des collisions et le ray tracing.

Octree vs BSP tree



Octree : opérations booléennes

Ce sont des opérations importantes dans un système de C.A.O.
Elles interviennent :

- lors de la création d'objets à partir de la combinaison d'autres objets,
- quand on simule des procédés de fabrication (fraisage, tournage, perçage),
- lorsque l'on souhaite détecter des collisions ou des interférences entre objets.

Octree : opérations booléennes

Les opérations de composition sont relativement faciles car il suffit de définir l'intersection de deux octrees et le complément d'un octree pour réaliser toutes les autres opérations. En effet :

$$A \cup B = \neg(\neg A \cap \neg B)$$

$$A - B = A \cap (\neg(A \cap B))$$

Complémentaire d'un octree : 3 types de feuilles (pleine (P), vide (V), partiellement rempli (I)) sur lesquelles on applique les règles :

$$\neg P = V ; \neg V = P ; \neg I = I$$

Octree : opérations booléennes

Intersection de deux octrees : nécessite un parcours synchronisé des deux arbres.

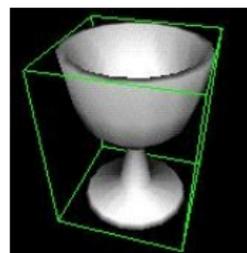
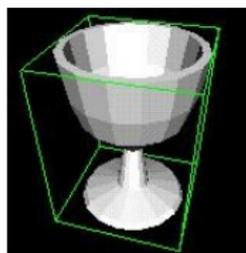
Si le nœud courant de l'un des arbres est un nœud terminal alors que son homologue de l'autre arbre est un nœud non terminal, un parcours complet du sous-arbre doit être effectué.

Types des nœuds de l'arbre résultat :

\cap	P	V	I
P	P	V	I
V	V	V	V
I	I	V	I

Modélisation fonctionnelle

Solides générés par le mouvement d'une surface suivant une trajectoire (*sweeping*)



- ⊕ représentation d'objets manufacturés par le processus de fabrication (machines outils à commande numérique).
- ⊖ peuvent ne pas être des solides, manque d'outils algorithmiques (propriétés, opérations ensemblistes, visualisation).

Objets naturels

Trois techniques générales :

- déterministe (fonctions harmoniques pour le génération de terrain),
- stochastique (terrain, feu, turbulence),
- une combinaison des deux (modélisation de l'eau, des vagues).

La complexité des modèles est atténuée par la présence d'auto-similarité.

L-Systems

Système de [Lindenmayer 1968] : système de réécriture ou grammaire formelle.

Ensemble de règles et de symboles qui modélisent un processus de croissance d'êtres vivants comme des plantes ou des cellules.

Algue de Lindenmayer

- alphabet : $V = \{A, B\}$,
- constantes : $S = \{\}$,
- axiome de départ : $w = A$
- règles : $(A \rightarrow AB), (B \rightarrow A)$



Systemes de particules

Ils permettent de modéliser des objets flous (*fuzzy*) tels que feu, nuage, eau, ... ([Reeves83] : Star Trek II).

Ce type de modélisation prend naturellement en compte les contraintes d'animation bien qu'il décrive parfaitement les modèles purement statiques.

Un objet est représenté par un ensemble de particules, chacune d'elles naissant, évoluant dans l'espace et le temps et disparaissant.

Des attributs telles que la couleur, la transparence, la vitesse et la taille sont fonctions du temps.

Systemes fractals

[Mandelbrot77] a fondé ses travaux sur l'auto-similarité statistique (mouvements browniens, végétaux, terrains, organes, nuages, etc.).

Dimension fractale : $N = (\frac{1}{L})^d$ avec N nombre de pas, L longueur (résolution) et d dimension.



Courbe de Van Koch

diviser la longueur L par 3 revient à multiplier le pas N par 4 :

$$4\left(\frac{1}{L}\right)^d = \left(\frac{L}{3}\right)^{-d}$$

la dimension fractale est donc : $d = \frac{\log(4)}{\log(3)} = 1,2618\dots$

Conclusions

Propriétés générales des modèles de solides étudiés :

	généralité	occupat ° mémoire	création	calcul des propriétés	opérat ° bool.	visualisat °
CSG	***	***	***	*	***	**
BRep	***	**	**	**	*	***
énum. spa.	**	*	*	***	***	**
fonc.	***	***	***	*	**	*

Conclusions

Il n'existe pas de **modèle général** réunissant toutes les bonnes propriétés.

Les **modèles hybrides** posent de sérieux problèmes pratiques, en particulier pour le calcul des propriétés physiques.

► nécessité de pouvoir disposer de méthodes de conversion entre les différentes représentations de solides.

