

Chapitre 1

Introduction

1.1 Dénombrement et taille de l'information

1. Avec 1 bit, combien d'informations *différentes* peut-on coder ? Donnez un exemple d'application. Mêmes questions avec 2 bits.
2. L'alphabet latin comporte 26 lettres. Faut-il 2, 5, 26, 26^2 ou 2^{26} bits pour coder ces 26 lettres ? Justifier la réponse en évaluant toutes les propositions. Combien faut-il d'octets ?
3. En français, les normes respectueuses de l'orthographe des noms précisent que les noms doivent être saisis en capitales accentuées et que les caractères acceptés pour l'écriture du nom sont :
 - les 26 lettres de l'alphabet utilisées dans la langue française en majuscules (A B ... Z),
 - 16 lettres avec signes diacritiques en majuscules (À Â Ä Ç É Ê Ë Ì Î Ï Ò Ö Ù Û Ü Ý),
 - 2 ligatures en majuscules (Æ Œ),
 - l'espace lorsqu'il est partie constituante du nom (par exemple après une particule),
 - l'apostrophe,
 - le trait d'union (sans espace avant ou après).

Combien faut-il de bits pour coder tous ces caractères ? Combien faut-il d'octets ? Sur combien de bits est codé chaque caractère ? Combien faut-il de bits et d'octets pour coder le nom « DE NERVAL »¹ ?

1.2 Unités et préfixes

1. La confusion entre préfixes traditionnels (kilo, méga, ...) et préfixes officiels (kibi, mébi, ...) est utilisée depuis longtemps par les fabricants de disques durs. Le fait que l'usage de préfixes en puissances de 10 permette d'afficher commercialement des capacités supérieures à celles données par les puissances de 2 peut introduire une erreur d'appréciation de la part d'utilisateurs non avertis.

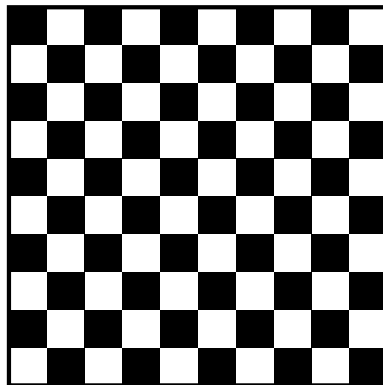
1. écrivain et poète français 1808-1855, figure majeure du romantisme français

Pour preuve, calculez la capacité d'un disque dur de 100 Go en Gio.

2. Sachant que sur un disque dur le dossier « Ma musique » comporte 256 albums de musique de taille en moyenne égale à 128 Mio, a-t-on la possibilité de transférer la totalité du contenu de ce dossier dans un lecteur audio d'une capacité de 32 Gio ? Même question pour une capacité de 32 Go.

1.3 Codage de l'information

Un damier traditionnel est constitué d'un tablier de 10 cases sur 10 de 2 couleurs alternées (noir et blanc le plus souvent). Chaque joueur dispose de 20 pions à sa couleur.



1. Les pièces d'un jeu de dame ne se distinguent que par leur couleur : combien de bits permettent de les identifier ?
2. Si l'on souhaite identifier chaque case d'un damier, combien de bits sont nécessaires ?
3. Question plus difficile : si l'on veut combiner les deux informations (i.e. identification de chaque case et de ce qu'elle contient), combien de bits sont nécessaires ?

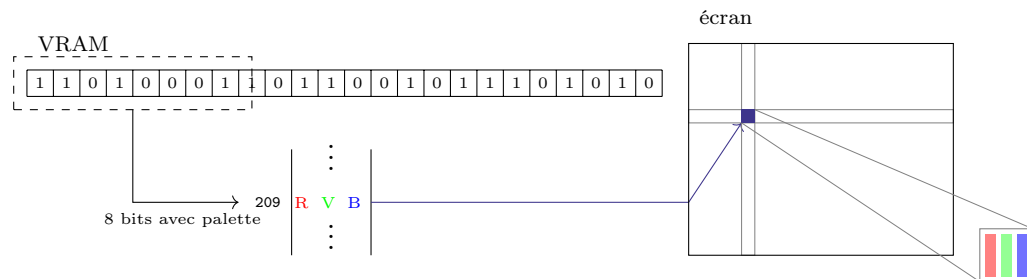
Rappel : lorsqu'un pion atteint la dernière rangée du damier (par rapport au joueur), celui-ci est promu et devient automatiquement une dame.

1.4 Codage d'une image numérique Q

Une image numérique peut être représentée naturellement par une matrice de pixels (*picture element*). Cependant, ce n'est pas ainsi qu'elle est codée mais plus simplement par une suite de pixels (connaissant la largeur de l'image, on en déduit les sauts de lignes). Ainsi, la position de chaque pixel étant implicitement connue, l'information associée à chaque pixel se limite à sa couleur.

1. Démontrez la nécessité d'avoir 4 bits par pixel pour pouvoir coder directement une image en 16 couleurs.
2. Quelle est la taille (en octets) d'une image de 4096 pixels de largeur et de 4096 pixels de hauteur respectivement en noir et blanc, en 256 couleurs et en 2^{24} (16,7 millions) couleurs ?

3. Le bus PCIe 4.x a un débit de 31,508 Go/s. A t'il la capacité d'afficher une image 4096×4096 en 16,7 millions de couleurs sur un écran ayant une fréquence de rafraîchissement de 240 Hz ?
4. Pour obtenir une image aux couleurs plus nuancées on peut recourir à une table des couleurs, chaque pixel codant l'*index* de sa couleur dans la table.

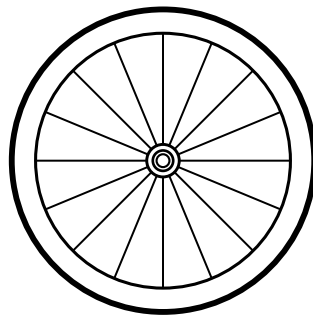


Calculez la taille en mémoire d'une image 4096×4096 en 256 couleurs en codage direct puis la taille d'une image 4096×4096 comportant une table de 256 couleurs dont chaque couleur est codée sur 4 octets.

Comparez les deux solutions, en particulier la qualité de l'image et le coût relatif en temps de leur affichage.

1.5 Échantillonnage

Une roue de bicyclette comportant 16 rayons se déplace en ligne droite et elle est filmée parallèlement à sa trajectoire. Elle tourne à la vitesse de 1 tour par seconde. L'un de ses rayons est visuellement identifiable (il est rouge par exemple).



1. Le dispositif d'enregistrement vidéo commence la prise de vue au moment exact du démarrage de la roue et prend 1 image par seconde. Quelle va être l'impression visuelle ?
2. Même question si le dispositif d'enregistrement vidéo prend 1 image toutes les $15/16$ ème de secondes.
3. Que préconise le théorème de Shannon-Nyquist ? Décrivez la configuration de la roue pour la deuxième image si on applique ce théorème.

1.6 Codage du son

[Wikipédia] Le passage d'un signal analogique à un signal numérique se fait via une conversion analogique - numérique, par *échantillonnage* (prises des valeurs du signal analogique à intervalles de temps constants) et par *quantification* de chacune des valeurs échantillonnées.

Les fréquences audibles par l'oreille humaine sont comprises entre 20 Hz et 20 kHz.

1. À quelle fréquence doit-on échantillonner un son pour qu'il semble correctement restitué pour une oreille humaine ?
2. Si la quantification se fait sur 16 bits, quelle est la précision de la discrétisation du signal analogique ?
3. Pour les CD (disques compacts audio), la fréquence est fixée à 44,1 kHz et la valeur numérique est codée sur 16 bits. Combien d'octets sont nécessaires à la numérisation de 1 minute de musique ?

1.7 Machine de Turing Q

En s'appuyant sur l'exemple de l'addition de deux nombres par la machine de Turing, établir les tables de transition dans les cas suivants.

1. À partir d'un ruban vide, la machine doit produire à l'infini une alternance de cases vides et de cases comportant un bâton.
Exemple : $\square \square \square \dots \longrightarrow \square | \square | \square | \dots$
2. La machine doit ajouter un bâton après une suite continue d'au moins 1 bâton.
Exemple : $\square ||| \square \square \longrightarrow \square ||| | \square$.
3. La machine efface une suite continue de bâtons, s'arrête à la première case vide et ramène la tête à la position de départ.
Exemple : $\square ||| \square \longrightarrow \square \square \square \square \square$.