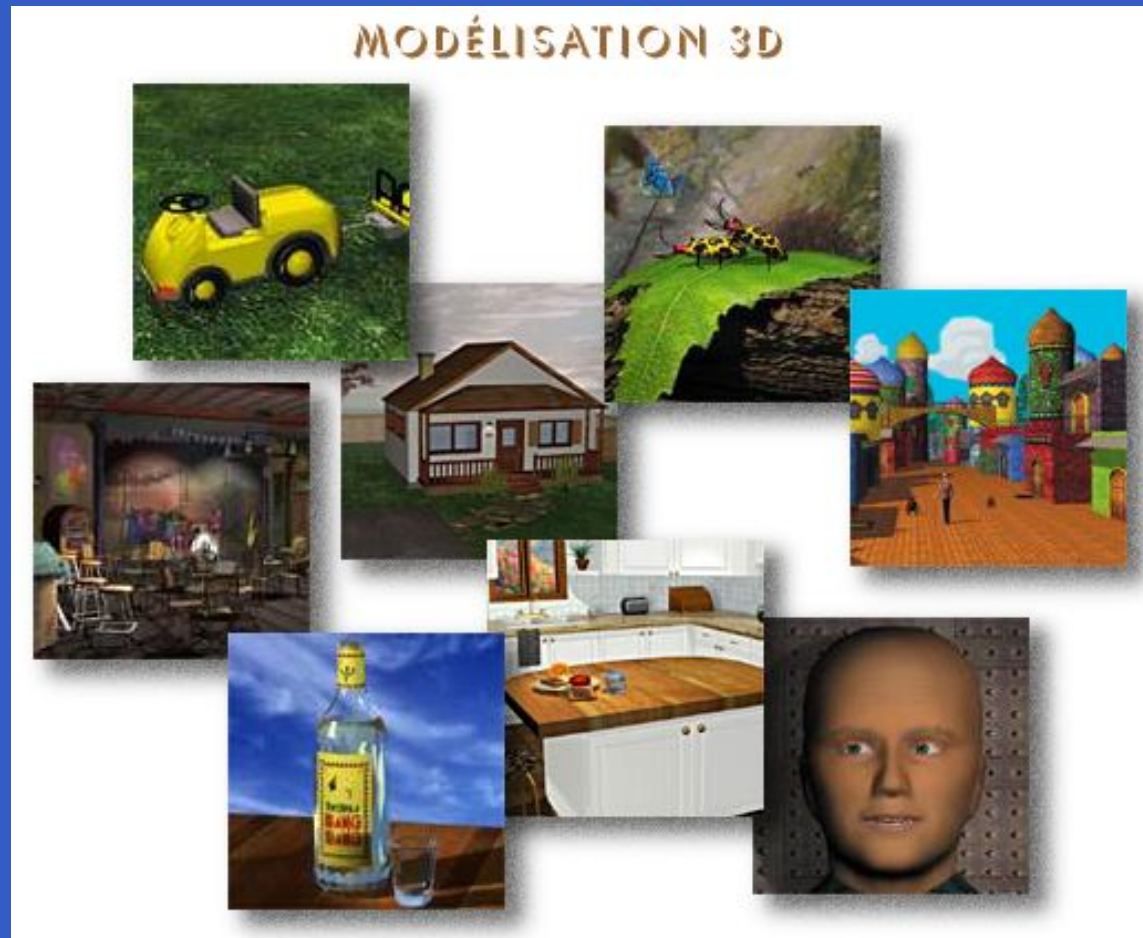


Modelisation 3D

Christian NGUYEN

Departement d'informatique
Universite de Toulon et du Var

Introduction



Introduction

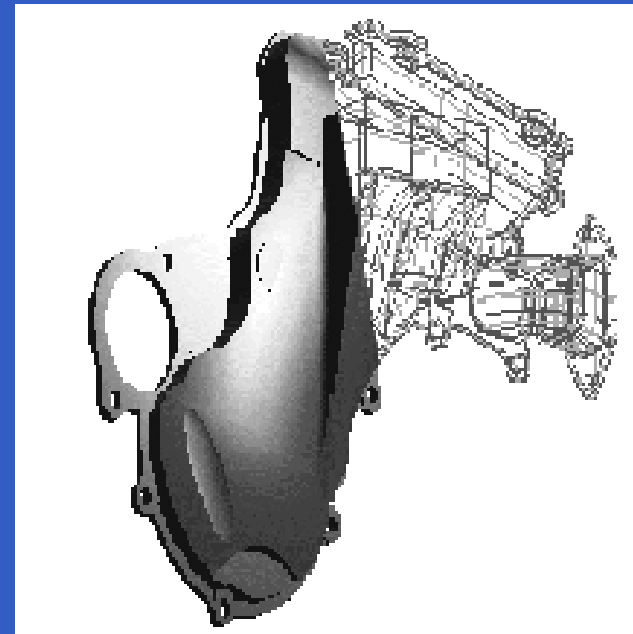
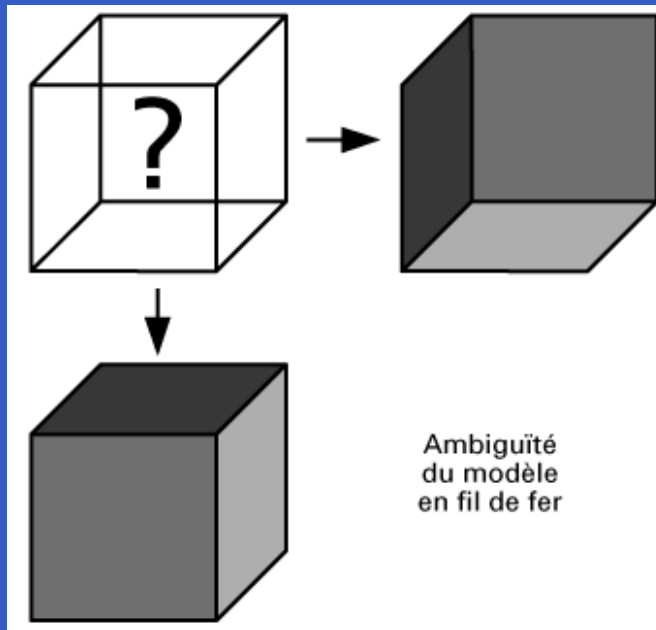
Conditionne la structure de données et l'interactivité. A l'inverse, le type de rendu peut conditionner le modèle.

Chaque modèle est caractérisé par :

- la structure de données : langage de description, acquisition, système graphique interactif,
- le coût (pipeline graphique),
- l'apparence finale : degré de réalisme, vitesse de génération,
- le degré d'interaction : édition, modifications, calculs, analyse, déformations.

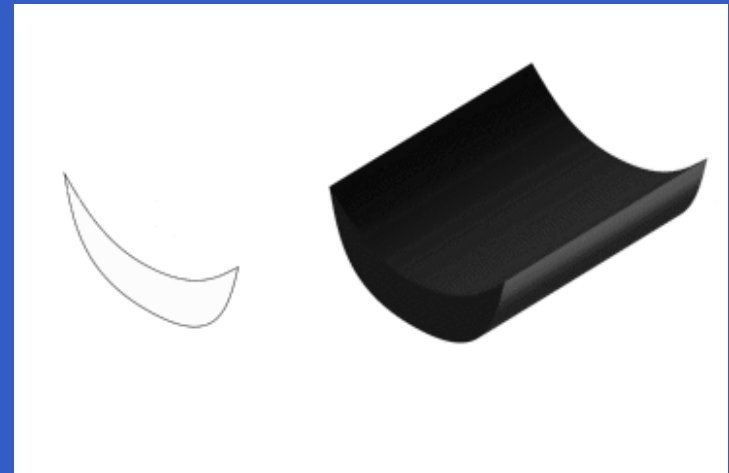
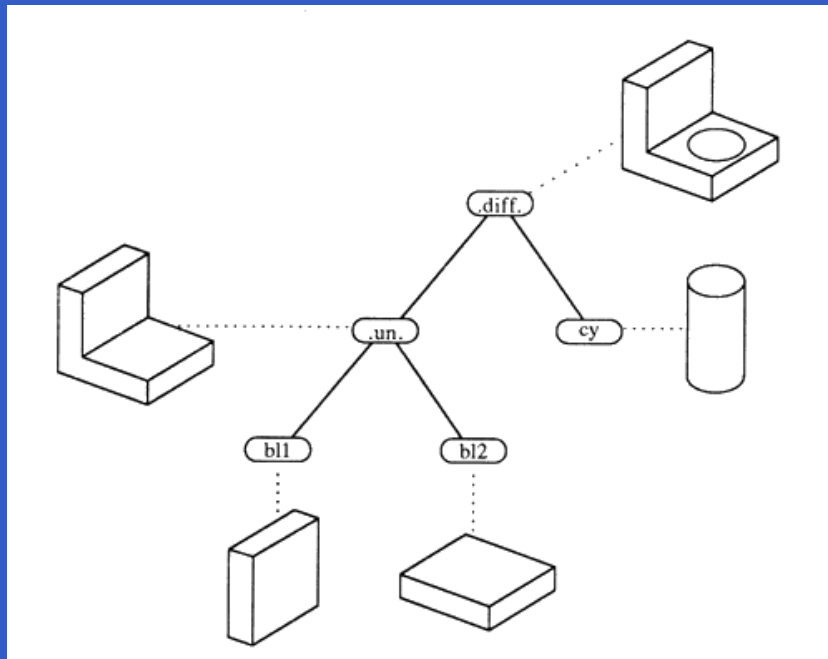
Objets manufacturés

Quatres grandes familles : “fil de fer”, surfacique,



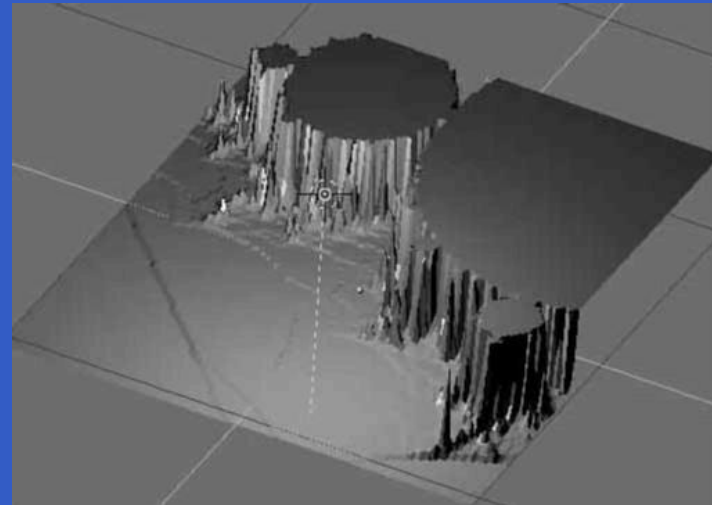
Objets manufacturés

volumique et fonctionnelle.



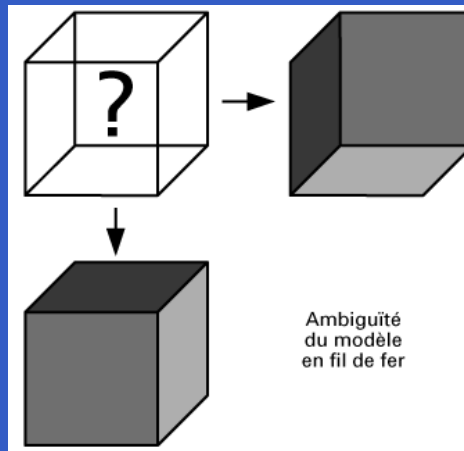
Objets naturels

Trois grandes familles : déformation libres (maillage) ou modélisation fonctionnelle (système de particules et fractale).



Le modèle fil de fer

Un objet est défini par un ensemble de sommets reliés par des segments (de droite ou de courbe).



- ⊕ structure de données simple et compacte, visualisation très rapide.
- ⊖ ambiguïté, solide inconsistant, approximation polyédrique.

Modèle surfacique

Représentation par un ensemble de portion élémentaire de surface (carreau ou *patch*), définis par le type de la surface support et les équations des quatres courbes frontières.

Propriétés :

- un bon comportement aux dérivées premières (points de raccordement des carreaux),
- un bon comportement aux dérivées secondes (courbure des surfaces),
- une modification aisée de l'allure des surfaces,
- un calcul rapide (interactivité).

Chronologiquement, sont apparues les surfaces de Coones, Beziars, B-Splines et NURBS.

Surfaces bicubiques

De la forme $Q(u, v) = (x_{u,v}, y_{u,v}, z_{u,v})$, $0 \leq u, v \leq 1$.

Cette représentation définit un carreau dont :

- les 4 coins sont obtenus avec $u, v = 0, 1$,
- les 4 côtés en fixant u ou v (à 0 ou 1) : courbe paramétrique,
- un point p_{ij} est à l'intersection des deux courbes paramétriques $Q(u_i, v)$, $v \in [0, 1]$ et $Q(u, v_j)$, $u \in [0, 1]$

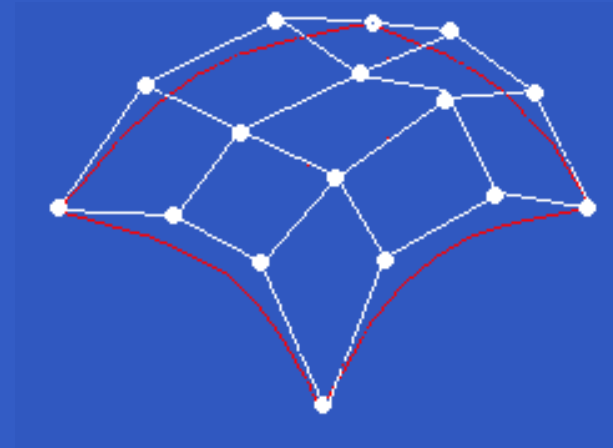
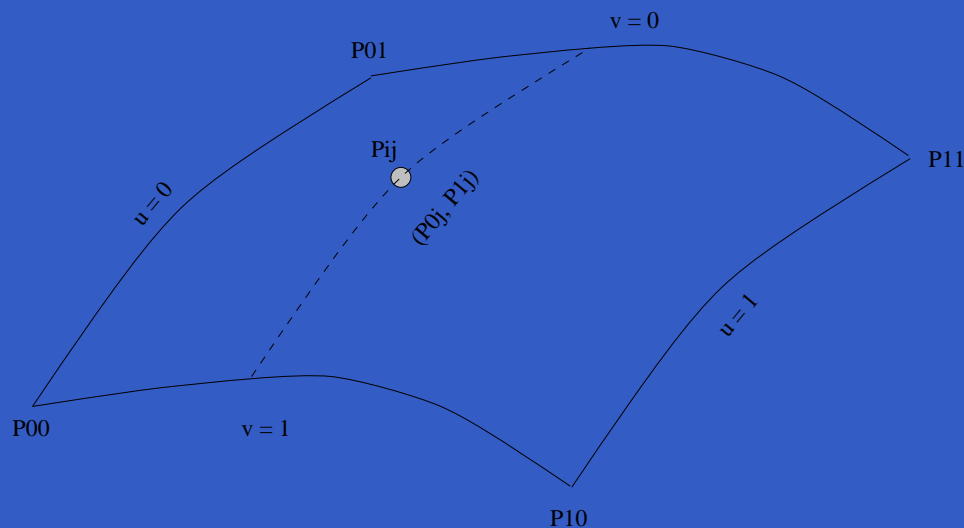
Rendu : conversion en polygones plans (interaction, contrôle de la précision de la subdivision, unification de l'algo de rendu).

Surfaces bicubiques

Vecteurs tangents au point P_{ij} :

$$\vec{P}^u = \frac{\delta S(u_i, v_j)}{\delta u} ; \vec{P}^v = \frac{\delta S(u_i, v_j)}{\delta v}$$

Vecteur normal unitaire : $\vec{n}_{ij} = \frac{P^u \times P^v}{|P^u \times P^v|}$



Modèles volumiques : BRep

Représentation par frontière : modélisation d'un volume par un ensemble de surfaces (polygonales).

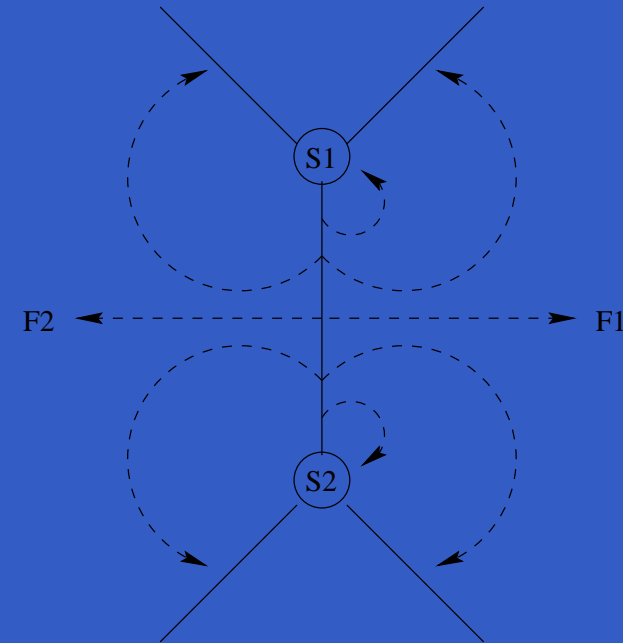
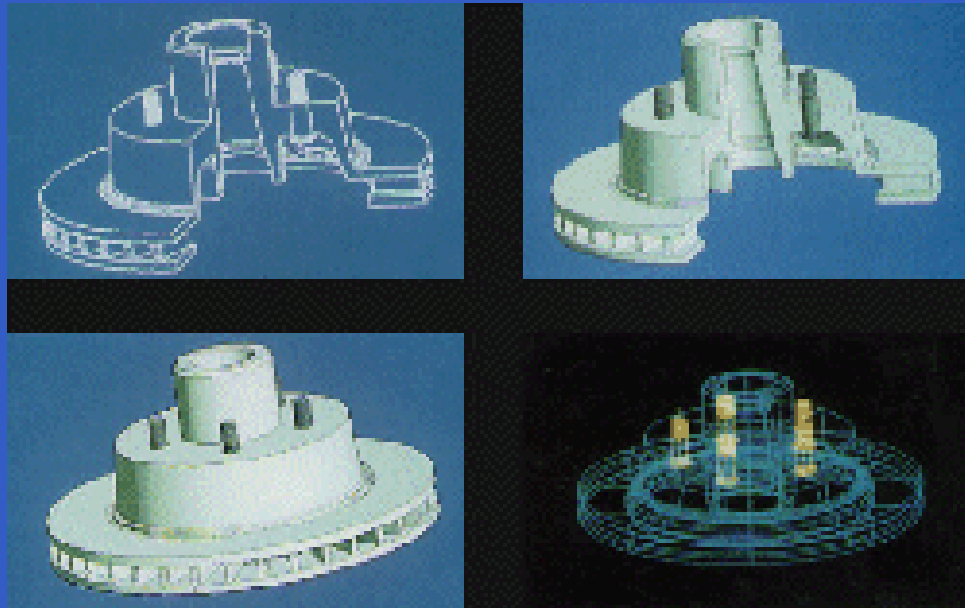
Frontière : ensemble de faces, reliées par des arêtes qui se rencontrent à des sommets. Attributs géométriques : surface, courbe et point. Attributs topologiques : réseau de noeuds et de liens.

Solide valide : pas d'arêtes ni de faces pendantes et pas de faces qui se coupent (équation d'EULER), surface orientable (règle de MOEBIUS).

$$v - e + f - h + 2r - 2b = 0$$

avec h le nombre de faces trouées, r le nombre de trous traversants et b le nombre de parties disjointes.

Modèles volumiques : BRep



- ⊕ simple, adapté aux algorithmes d'ombrage, forme intermédiaire (Bézier, CSG, ...).
- ⊖ pas d'opérateurs de composition, topologie non garantie.

Les opérateurs d'Euler

La règle d'Euler représente l'équation d'un hyperplan dans un espace à 6 dimensions. La surface passe par l'origine et le nombre d'entités topologiques dans tout solide doit être un point (v, e, f, h, r, b) sur cette surface.

Pour aller de l'origine à ce point, on applique une séquence d'opérateurs d'Euler. Séquence [Braid 80] :

1	1	0	0	0	0	(mev)
0	1	1	0	0	0	(mfe)
1	0	1	0	0	1	(mbfv)
0	0	0	0	1	1	(mrb)
0	1	0	-1	0	0	(me-kh)
1	-1	1	-1	2	-2	(Euler)

Les opérateurs d'Euler

Toute transition dans le plan d'Euler peut être représentée comme une combinaison linéaire de ces 5 opérations élémentaires. Si p est la transition désirée et q les nombres d'applications de chacune des opérations nécessaires alors $p = qA$, d'où $q = pA^{-1}$.

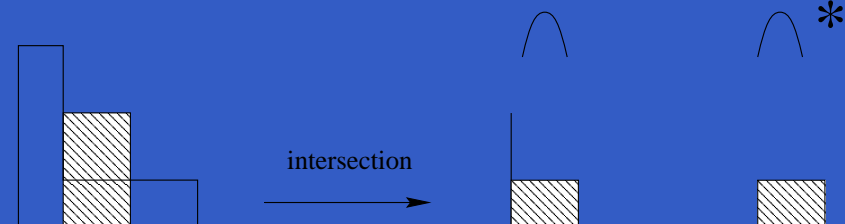
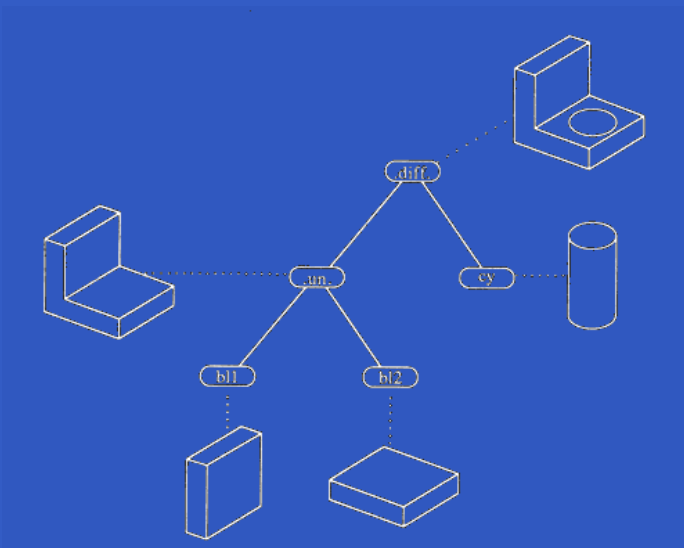
Exemple : construction d'un tétraèdre : $p = (4, 6, 4, 0, 0, 1)$
d'où $q = (3, 3, 1, 0, 0, 0)$ (3 mev, 3 mfe et 1 mbfv).
L'opérateur mbfv est le premier que l'on doit employer.

A chaque opérateur est associée une procédure qui met à jour la structure de données de l'objet.

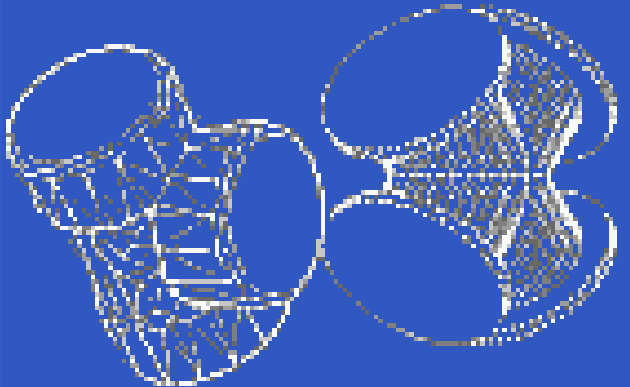
Modèles volumiques : CSG

Hiérarchie d'opérateurs ensemblistes (\cup , \cap , $-$) sur des volumes élémentaires (sphère, cylindre, ...).

Représentation non unique et ambiguë si les opérateurs ne sont pas réguliers.



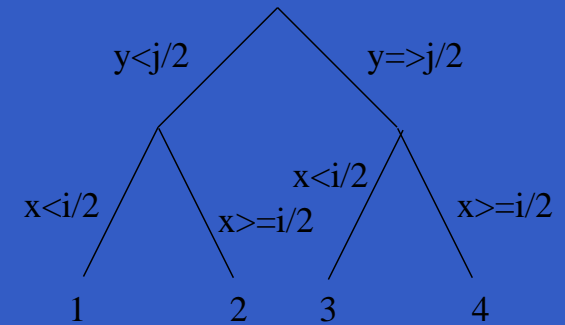
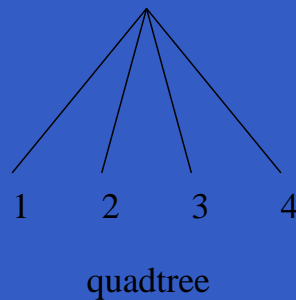
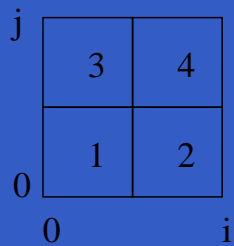
Modèles volumiques : CSG



- ⊕ structure de données simple, historique de création, interactivité maximale, opérateurs globaux,
- ⊖ pas d'opérateurs de modification locale, calculs parfois complexes (courbe d'intersection, ...), inconsistance géométrique (calculs d'incidence non symétriques et non transitifs), non unicité de la représentation.

Subdivision spatiale

Première approche : subdivision de l'espace en cubes élémentaires de taille fixe (voxel)

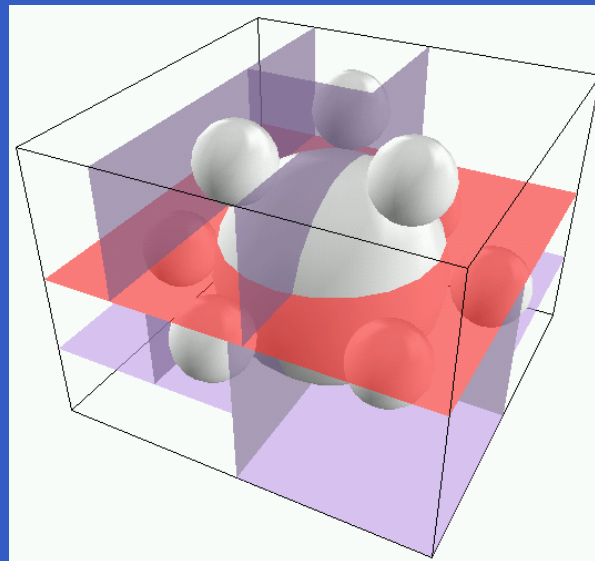


- ⊕ structure intermédiaire : rendu CSG, lancer de rayons (tests d'intersection),
- ⊖ représentation très coûteuse en mémoire.

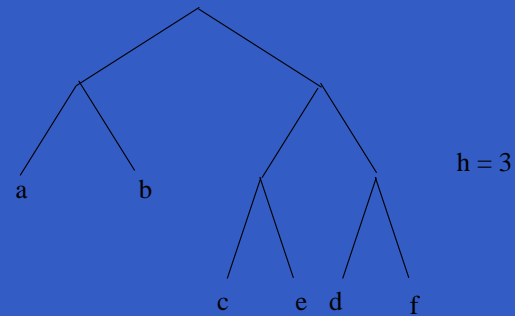
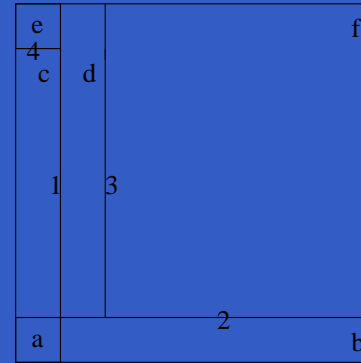
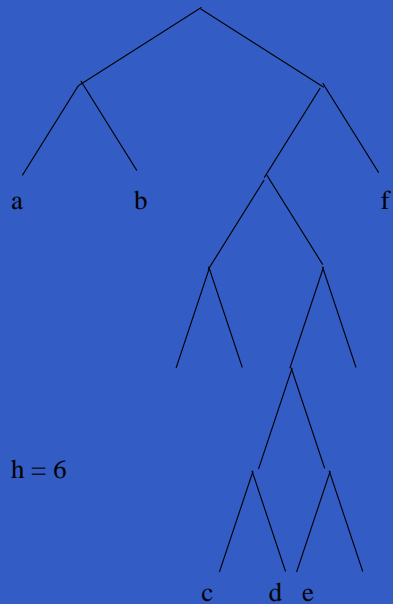
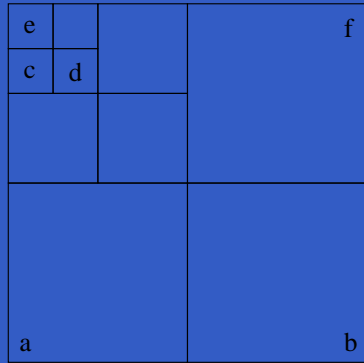
Subdivision spatiale : octree, BSP tree

Octree : description de la distribution des objets dans une scène à partir d'une subdivision récursive de l'espace.

BSP tree : fondamentalement, il s'agit d'un octree, mais l'indexation utilise le critère des plans de coupe (demi-espaces). Chaque noeud représente un plan définissant deux demi-espaces.

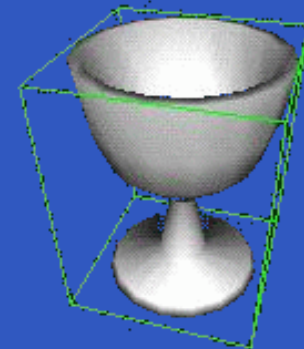
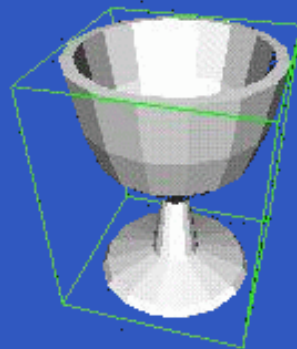
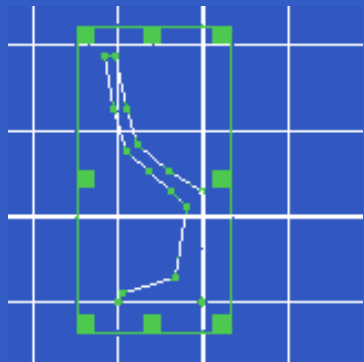


Octree vs BSP tree



Modélisation fonctionnelle

Solides générés par le mouvement d'une surface suivant une trajectoire (*sweeping*)



- ⊕ représentation d'objets manufacturés par le processus de fabrication (machines outils à commande numérique).
- ⊖ peuvent ne pas être des solides, manque d'outils algorithmiques (propriétés, opérations ensemblistes, visualisation).

Objets naturels

Trois techniques générales :

- déterministe (fonctions harmoniques pour la génération de terrain),
- stochastique (terrain, feu, turbulence),
- une combinaison des deux (modélisation de l'eau, des vagues).

La complexité des modèles est atténuée par la présence d'auto-similarité.

Systemes de particules

Ils permettent de modéliser des objets flous (*fuzzy*) tels que feu, nuage, eau, ... ([Reeves83] : Star Trek II). Ce type de modélisation prend naturellement en compte les contraintes d'animation bien qu'il décrive parfaitement les modèles purement statiques.

Un objet est représenté par un ensemble de particules, chacune d'elles naissant, évoluant dans l'espace et le temps et disparaissant. Des attributs telles que la couleur, la transparence, la vitesse et la taille sont fonctions du temps.

Modélisation et rendu de végétaux

Permet de contourner l'obstacle de la complexité géométrique et offre un cadre simple pour la création de ces structures naturelles.

Fait appel à la définition d'un automate pour le contrôle des trajectoires, de la création et de la destruction de particules.

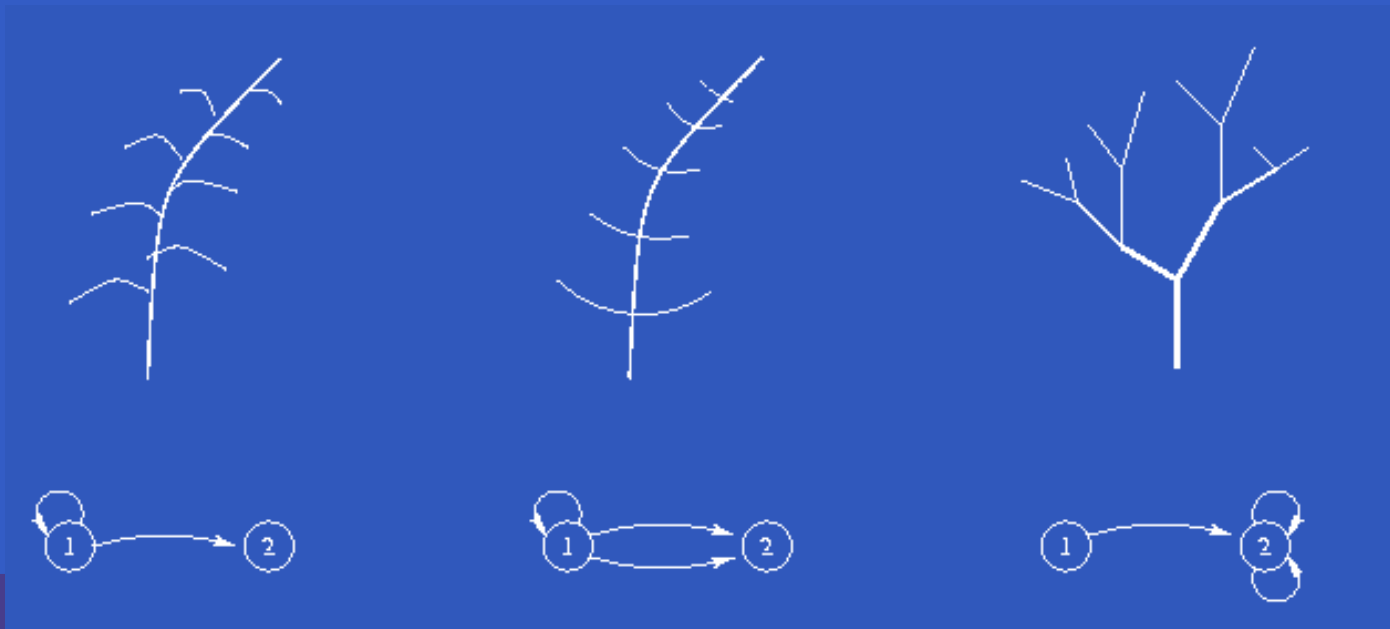
Modèles dynamiques : attributs géométriques et dynamiques (position, vitesse, accélération) sont associés à chaque particule, mais aussi des caractéristiques d'apparence (forme, couleur, ...).

Modélisation d'éléments naturels : la trajectoire des particules définit la structure géométrique de l'objet.

Modélisation et rendu de végétaux

Paramètres des particules

type de particule
position et orientation courante
direction de déplacement
forme de la particule
âge courant et maximum



Modélisation et rendu de végétaux

Transitions de l'automate : création de nouvelles particules. Les fonctions associées à ces transitions calculent les valeurs initiales des attributs des nouvelles particules en fonction de ceux de la particule mère. Ces fonctions font appel à un ensemble de paramètres caractéristiques de la plante :

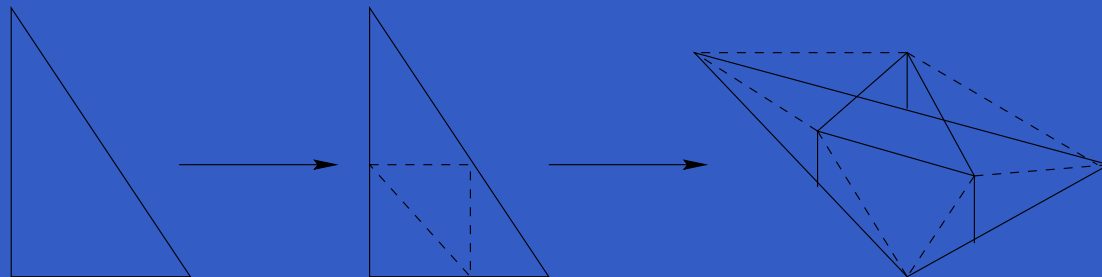
- le rapport des diamètres des branches,
- le rapport de l'espérance de vie qui induit la longueur des branches,
- les angles de rotation a et b définissant une nouvelle direction dans l'espace 3D,
- le nouveau type de particule (par exemple feuille ou fruit),
- la probabilité de création.

Ces paramètres sont fixés dans un intervalle : à chaque utilisation, leur valeur est déterminée par un tirage pseudo-aléatoire dans un intervalle équiprobable.

Systemes fractals

[Mandelbrot77] a fondé ses travaux sur l'auto-similarité statistique (végétaux, terrains).

Une approximation du modèle mathématique exact mais coûteux de Mandelbrot a été proposé par [Fournier&al82] : subdivision récursive d'un segment en générant un déplacement du point milieu dans la direction du vecteur normal au segment, méthode généralisable aux triangles dans l'espace (passage d'une pyramide à une montagne).



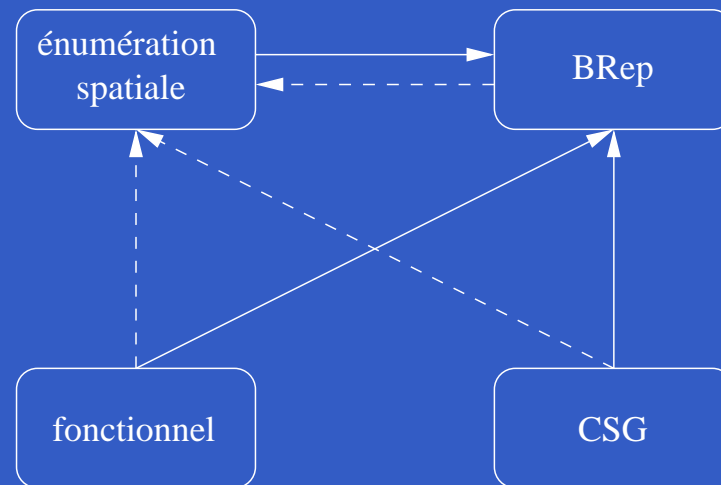
Conclusions

Propriétés générales des modèles de solides étudiés :

	généralité	occupation mémoire	création	calcul des propriétés	opérations booléennes	visualisation
CSG	***	***	***	*	***	**
BRep	***	**	**	**	*	***
énum. spa.	**	*	*	***	***	**
fonc.	***	***	***	*	**	*

Conclusions

Il n'existe donc pas de modèle général réunissant toutes les bonnes propriétés. Pour les modèles hybrides, ceux-ci posent de sérieux problèmes pratiques, en particulier pour le calcul des propriétés physiques. Ces deux remarques induisent la nécessité de pouvoir disposer de méthodes de conversion entre les différentes représentations de solides.



Opérations booléennes

Ce sont des opérations importantes dans un système de C.A.O. Elles interviennent :

- lors de la création d'objets à partir de la combinaison d'autres objets,
- quand on simule des procédés de fabrication (fraisage, tournage, perçage),
- lorsque l'on souhaite détecter des collisions ou des interférences entre objets.

Cas du modèle octree

Les opérations de composition sont relativement faciles car il suffit de définir l'intersection de deux octrees et le complément d'un octree pour réaliser toutes les autres opérations. En effet :

$$A \cup B = \neg(\neg A \cap \neg B)$$

$$A - B = A \cap (\neg(A \cap B))$$

Complémentaire d'un octree : 3 types de feuilles (pleine (P), vide (V), partiellement rempli (I)) sur lesquelles on applique les règles :

$$\neg P = V ; \neg V = P ; \neg I = I$$

Cas du modèle octree

Intersection de deux octrees : nécessite un parcours synchronisé des deux arbres. Si le noeud courant de l'un des arbres est un noeud terminal alors que son homologue de l'autre arbre est un noeud non terminal, un parcours complet du sous-arbre doit être effectué. Types des noeuds de l'arbre résultat :

\cap	P	V	I
P	P	V	I
V	V	V	V
I	I	V	I

BRep : algorithme de Mäntylä

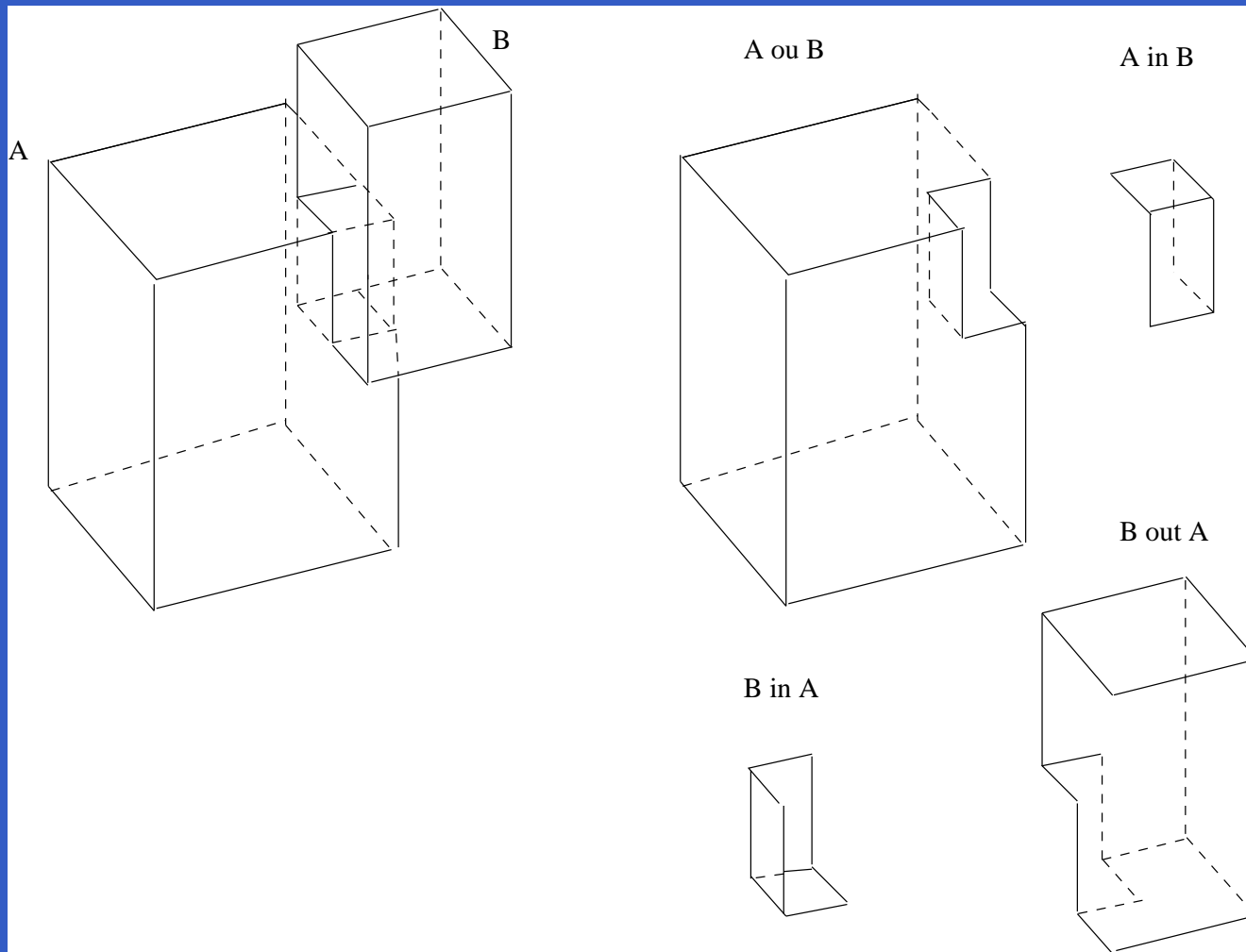
Séparation de la géométrie et de la topologie, maintien de l'intégrité de l'objet, travail local pour les calculs d'intersections.

Création d'un "index spatial" obtenu par division récursive (densité) de l'espace en cellules.

L'algorithme d'intersection élimine d'abord les arêtes du 1er objet ne rencontrant aucune cellule du 2nd objet. Le calcul effectif d'intersection d'une arête avec une face n'est fait que pour les arêtes restantes.

Les opérateurs de composition (\cup , \cap , $-$) utilisent le polygone d'intersection obtenu par la méthode de l'index spatial. Objets élémentaires calculés à l'aide de l'index spatial : $A \text{ out } B$, $B \text{ out } A$, $A \text{ in } B$, $B \text{ in } A$.

L'algorithme de Mäntylä



L'algorithme de Mäntylä

Puis l'opérateur de recollement \oplus donne :

$$A \cup B = (A \text{ out } B) \oplus (B \text{ out } A)$$

$$A \cap B = (A \text{ in } B) \oplus (B \text{ in } A)$$

$$A - B = (A \text{ out } B) \oplus (B \text{ in } A)$$

$$B - A = (B \text{ out } A) \oplus (A \text{ in } B)$$

Cet opérateur de recollement utilise les opérateurs d'Euler.

Remarque : tous les objets utilisés par Mäntylä sont délimités par des facettes planes.